

Master IMMF/PAM Europ - M1 - S1 - Physique Statistique**Contrôle Continu - 7 novembre 2007 (Durée: 2 h)**

1. On considère une marche aléatoire à une dimension, avec une probabilité p de faire un pas de longueur l vers les x croissants et $q = 1 - p$ de faire un pas de longueur l vers les x décroissants. Quelle est la probabilité qu'après N pas on se trouve en un point d'abscisse nl avec n entier positif ou nul ? Que vaut dans ce cas le nombre moyen \bar{n}_+ de pas effectués vers la droite et l'écart quadratique moyen Δn_+ correspondant ?
2. On considère un système constitué de 7 particules discernables ("Boltzmannions") réparties sur 7 niveaux également espacés d'énergie $\varepsilon_j = j\varepsilon$.
 - (a) Donner le plus de configurations du système parmi les 15 correspondant à une énergie totale de 7ε et calculer leur poids statistique selon Boltzmann. Commenter le résultat.
 - (b) En particulier, commenter le cas et le poids de la configuration "3 2 1 1 0" et l'allure de celle-ci.
3. On considère désormais un système similaire constitué de 3 niveaux également répartis $0, \varepsilon, 2\varepsilon$.
 - (a) Déterminer puis tracer en fonction de la température l'évolution des populations relatives de chacun des niveaux en supposant que ceux-ci sont répartis suivant une distribution de Boltzmann.
 - (b) Effectuer l'application numérique correspondante pour les niveaux de vibration supposés harmoniques d'une molécule d'iode à $T = 298$ K sachant que le nombre d'onde de vibration est de 214 cm^{-1} et que $\frac{k_B T}{hc} = 207,223 \text{ cm}^{-1}$.
 - (c) Comparer ce résultat pour la population relative des trois premiers niveaux à un calcul utilisant la fonction de partition tenant compte de tous les niveaux vibrationnels possibles jusqu'à l'infini.
4. On considère un miroir suspendu à un fil de torsion et placé dans une enceinte thermostatée à $278,1$ K. On constate que le miroir fait un angle carré moyen $\bar{\theta}^2 = 4,178 \cdot 10^6$ U.S.I avec sa position d'équilibre. Sachant que la constante de rappel du fil vaut $9,428 \cdot 10^{-16} \text{ kg.m}^2\text{s}^{-2}$ estimer la constante de Boltzmann en supposant que le système obéit à la distribution du même nom.

On rappelle que

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\alpha x^2} = \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}$$