

La somme des forces et le nombre d'équations :

Vous venez de faire le bilan exhaustif des forces appliquées à un point P de masse m . Vous avez donc défini leur point d'application, leur direction, leur sens et pour celles connues leur module. En présence de frottement en un point P d'une surface de normale n , vous avez écrit pour faire simple (simpliste), que la force tangentielle est égale à la force normale multipliée par le coefficient de frottement, et que cette force tangentielle s'oppose au mouvement.

L'étape suivante est de calculer si la somme de ces forces est nulle.

$$\sum_i \vec{F}_{i \rightarrow P} = \vec{0}?$$

Attention ! Dans l'écriture ci-dessus, les forces sont des vecteurs.

Si toutes les forces sont dans la même direction \vec{x} , en projetant cette équation sur cet axe, vous n'obtenez qu'une seule équation :

$$\sum_i F_{i \rightarrow P} = 0?$$

Si les forces sont dans plusieurs directions, il est nécessaire d'écrire cette somme dans toutes les directions, appelons les :

$$\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$$

Cette opération s'appelle une «projection». Vous obtenez 3 équations (ou 2 si les forces appartiennent toutes à un même plan).

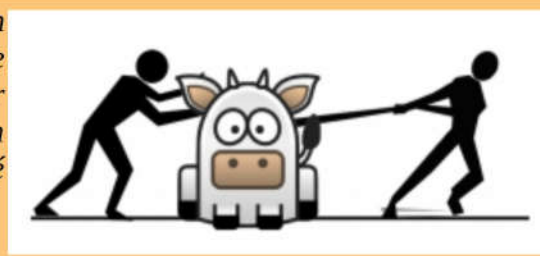
$$\begin{aligned} \sum_i F_{i \rightarrow P, x} &= 0? \quad , \\ \sum_i F_{i \rightarrow P, y} &= 0? \quad , \\ \sum_i F_{i \rightarrow P, z} &= 0? \quad . \end{aligned}$$



Meuh la vache géante sort dehors comme tous les soirs pour regarder les trains passer. Elle s'assoit alors au milieu du champ et attend tranquillement sans bouger.

- 1) Le problème doit-il être projeté dans 1, 2 ou 3 directions ?
- 2) Écrire la somme des forces sur Meuh.

Meuh la vache géante n'ayant pas vu son train favori, ne veut pas rentrer dans l'étable et décide de l'attendre. John et Pierre décident de s'associer pour la ramener dans l'étable. Sur le dessin, John est représenté à gauche et Pierre à droite. Malgré leurs efforts, Meuh ne bouge pas d'un centimètre !



- 3) Le problème doit-il être projeté dans 1, 2 ou 3 directions ?
 4) Ecrire la somme des forces sur Meuh.

Après une nuit passée dehors, John a pitié de sa vache et décide de la déplacer en la poussant avec son tracteur. Cette fois-ci le tracteur pousse assez fort et arrive à déplacer Meuh.



- 5) Le problème doit-il être projeté dans 1, 2 ou 3 directions ?
 6) Ecrire la somme des forces sur Meuh.

Repère Galiléen :

Si vous avez obtenu n équations, pour chacune des équations, la somme des forces est-elle nulle ?

Que vous obteniez la réponse « oui » ou la réponse « non », vous ne pouvez toujours pas utiliser la seconde loi de Newton, appelé aussi le *Principe Fondamental de la Dynamique* en translation... Pour ce faire, il faut que le repère que vous avez utilisé pour projeter les forces soit Galiléen.

Si vous étudiez le mouvement de corps célestes, vous pouvez considérer que un repère
 - ayant comme centre, le centre T de la terre,
 - ayant comme axes, 3 droites reliant le centre de la terre à 3 étoiles éloignées,
 est Galiléen. Dans ce cas, tout repère dont le centre O est en translation à vitesse constante par rapport à T et qui conserve les directions des axes, est aussi Galiléen.

Si vous étudiez le mouvement d'un corps à la surface de la terre qui a une amplitude pour laquelle aux points extrêmes du mouvement la direction de la gravité ne change pas, vous pouvez considérer que un repère
 - ayant comme centre, un point fixe S sur la surface de la terre,
 - ayant comme axes, la direction de la pesanteur et deux directions orthogonales à celle-ci,
 est Galiléen. Dans ce cas, tout repère dont le centre O est en translation à vitesse constante par rapport à S et qui conserve les directions des axes, est aussi Galiléen.

Si votre repère Rg est Galiléen et que la somme des forces est nulle, alors l'accélération par rapport à ce repère du point P que vous étudiez est nulle :

$$\sum_i \vec{F}_{i \rightarrow P} = m \vec{\Gamma}_{P/Rg} \quad ,$$
$$\vec{0} = \vec{\Gamma}_{P/Rg} \quad .$$

Si l'accélération est nulle, alors la vitesse par rapport à Rg est constante, alors le déplacement par rapport à Rg dans la direction de cette vitesse est proportionnelle au temps écoulé.

Si de plus, la vitesse initiale par rapport au repère Rg est nulle, alors la vitesse par rapport au repère Rg reste nulle, alors la position est fixe dans le repère Rg : le point P est à l'équilibre.

Si votre repère est Galiléen et que l'une des sommes des forces n'est pas nulle, alors l'accélération du point P par rapport au repère Rg que vous étudiez n'est pas nulle.

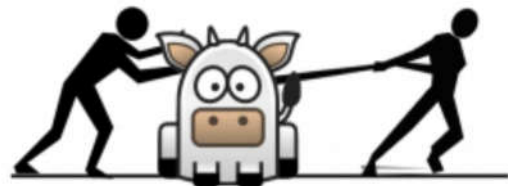
Si l'accélération n'est pas nulle, alors la vitesse par rapport au repère Rg est modifiée dans la direction de l'accélération, alors la trajectoire de P par rapport au repère Rg n'est pas une droite.



Meuh la vache géante sort dehors comme tous les soirs pour regarder les trains passer. Elle s'assoit alors au milieu du champ et attend tranquillement sans bouger.

- 7) Quel repère Galiléen choisissez-vous ?
- 8) Quelle est l'action du sol sur Meuh ?

Meuh la vache géante n'ayant pas vu son train favori, ne veut pas rentrer dans l'étable et décide de l'attendre. John et Pierre décident de s'associer pour la ramener dans l'étable. Sur le dessin, John est représenté à gauche et Pierre à droite. Malgré leurs efforts, Meuh ne bouge pas d'un centimètre !



- 9) Quel repère Galiléen choisissez-vous ?
- 10) Quelle est l'action du sol sur Meuh ?

Après une nuit passée dehors, John a pitié de sa vache et décide de la déplacer en la poussant avec son tracteur. Cette fois-ci le tracteur pousse assez fort et arrive à déplacer Meuh à vitesse constante.

- 11) Quel repère Galiléen choisissez-vous ?
- 12) Quelle est l'action du sol sur Meuh ?



John n'a pas que cela à faire et la grange est à 2 km. John accélère avec son tracteur pour arriver plus vite.

- 13) Quel repère Galiléen choisissez-vous ?
- 14) Quelle est l'action du tracteur sur Meuh ?



Erreurs classiques :

- * Oublier les forces agissant dans d'autres directions.
- * Ecrire les équations par rapport à un repère qui tourne.
- * Ecrire les équations par rapport à un repère qui n'est pas à vitesse constante par rapport à un repère Galiléen classique.
- * Lorsque vous dessinez une force dans une direction, si cette direction est opposée à l'axe dans lequel vous projetez l'équation, oublier le signe « - ».

Correction :

Réponse 1 : une direction, celle de la pesanteur

Réponse 2 :

$$F_{sol \rightarrow Meuh} = MasseMeuh \cdot g$$

Réponse 3 : deux directions, celle de la pesanteur et celle horizontale

Réponse 4 :

$$\begin{aligned} F_{sol \rightarrow Meuh, v} &= MasseMeuh \cdot g, \\ F_{John \rightarrow Meuh} + F_{Pierre \rightarrow Meuh} &= F_{sol \rightarrow Meuh, h}. \end{aligned}$$

Réponse 5 : deux directions, celle de la pesanteur et celle horizontale

Réponse 6 :

$$\begin{aligned} F_{sol \rightarrow Meuh, v} &= MasseMeuh \cdot g, \\ F_{Tracteur \rightarrow Meuh} &= F_{sol \rightarrow Meuh, h}. \end{aligned}$$

Réponse 7 : Un point du sol et les directions verticale et horizontale.

Réponse 8 :

$$F_{sol \rightarrow Meuh} = MasseMeuh \cdot g$$

Réponse 9 : Un point du sol et les directions verticale et horizontale.

Réponse 10 :

$$\begin{aligned} F_{sol \rightarrow Meuh, h} &= F_{John \rightarrow Meuh} + F_{Pierre \rightarrow Meuh}, \\ F_{sol \rightarrow Meuh, v} &= MasseMeuh \cdot g. \end{aligned}$$

Réponse 11 : deux directions, celle de la pesanteur et celle horizontale

Réponse 12 :

$$\begin{aligned} F_{sol \rightarrow Meuh, h} &= F_{Tracteur \rightarrow Meuh}, \\ F_{sol \rightarrow Meuh, v} &= MasseMeuh \cdot g. \end{aligned}$$

Réponse 13 : deux directions, celle de la pesanteur et celle horizontale

Réponse 14 :

$$F_{Tracteur \rightarrow Meuh} = F_{sol \rightarrow Meuh, h} + \Gamma_{Meuh/Rg}.$$