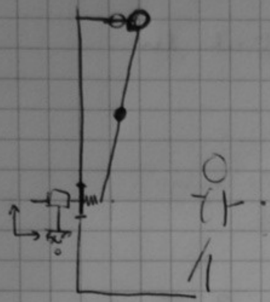
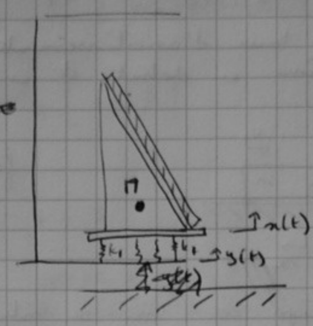
LPIAV vibration examen 2012





$x(t)$ / Réf.
$y(t)$ / Réf.

Donnez l'équation ~~du m~~ qui régit le mouvement $x(t)$.

$$m\,\ddot{x}(t) + 2k_1\,(x(t) - y(t)) = 0 \qquad \text{si } k = 2k_1$$

Si excitation du marteau piqueur large bande
↳ le sol vibre à une ~~fréquence~~ pulsation ω_s prépondérante (premier mode propre du sol)

$$y(t) = Y \sin \omega_s t \qquad \omega_s = 2\pi\, 10$$

$$\frac{|X|}{|Y|} = \sqrt{\frac{1}{(1-r^2)^2}} < 0{,}1$$

$$\frac{1}{[1-r^2]^2} < 10^{-2}$$

$\boxed{r > 1}$

$$10 < -1 + r^2$$

$$11 < r^2$$

$$r > \sqrt{11}$$

$$\frac{\omega_s}{\omega_0} > \sqrt{11} \qquad \omega_0 < \frac{\omega_s}{\sqrt{11}} \qquad \sqrt{\frac{k}{m}} < \frac{\omega_s}{\sqrt{11}}$$

$$k < m\,\frac{\omega_s^2}{11}$$

$$k_1 < \frac{m}{n}\,\frac{\omega_s^2}{11}$$

$m = 4200$ kg
$n = 8$
$\omega_s = 2\pi\, 10$

$$k_1 < 188\ 10^3\ N\,m^{-1}$$

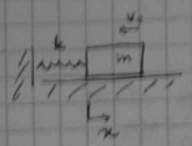
avec Paulstra V1B1114a
$\boxed{\text{V1B1136-07a.}}$

| H = 59 mm
| h = 47,5 mm
| F_n = 480 N

$$k_1 = \frac{F}{(59-47{,}5)\,10^{-3}} = 218\ kN/m$$

→ trop raide pour couper à 10 Hz

- pendule avec amorts impulsifs
  - les taux d'amortissements $\xi_?$ sont-ils les même en debut et en fin ?

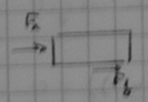
- 

frottement sec

à un temps ∞ où se situera l'objet ?

<u>16h15</u> <u>butoir</u>

- phase 1 : vitesse ~~…~~ dans le sens $-\vec{i}$



$x(0) = l_0$
$\dot{x}(0) = v_0$

PFD : $F_r + F_f = m\ddot{x}$

$$-k(x - l_0) + \mu m g = m\ddot{x} \qquad \text{tant que } \dot{x} < 0.$$

$$m\ddot{x} + kx = +\mu m g + k l_0$$

eq. homogène : $m\ddot{x} + kx = 0$

$x_1 = A\cos\omega_0 t + B\sin\omega_0 t$

avec $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$

eq particulière $m\ddot{x} + kx = +\mu m g + k l_0$

$$x_2 = \frac{+\mu m g + k l_0}{k}$$

solution générale. $x(t) = x_1(t) + x_2$

$= A\cos\omega_0 t + B\sin\omega_0 t + \frac{\mu m g}{k} + l_0$

à $t = 0$ $x(t) = l_0$

$l_0 = A + l_0 + \mu m g/k$

$A = \cancel{l_0} - \frac{\mu m g}{k}$

à $t = 0$ $\dot{x}(t) = v_0$

$v_0 = \omega_0 B$

$B = v_0/\omega_0$

d'où $x(t) = \left[\cancel{l_0} - \frac{\mu m g}{k}\right]\cos\omega_0 t + l_0 + \frac{\mu m g}{k}$

$\cancel{\dot{x}(t) = -\omega_0\left[2 l_0 + \frac{\mu m g}{k}\right]\sin\omega_0 t}$

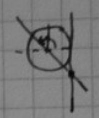
$+ \frac{v_0}{\omega_0}\sin\omega_0 t$

$$\dot{x}(t) = +\omega_0\left[\cancel{l_0} + \frac{\mu m g}{k}\right]\sin\omega_0 t + v_0\cos\omega_0 t$$

la vitesse s'annule ~~…~~ à l'instant t_1

$$0 = +\omega_0\left[\cancel{l_0} + \frac{\mu m g}{k}\right]\sin\omega_0 t_1 + v_0\cos\omega_0 t_1$$

$$\tan(\omega_0 t_1) = \frac{-v_0}{\omega_0\left[\cancel{l_0} + \frac{\mu m g}{k}\right]}$$



$$\omega_0 t_1 = \text{Arctg}\left[\frac{-v_0}{\omega_0\left[\cancel{x_0} + \frac{\mu m g}{k}\right]}\right]$$

$$= \text{Arctg}\left[+6.7\right]$$

$\omega_0 t_1 =$

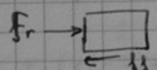
$$tg(\omega_0 t_1) = +6.7 \qquad t_1 > 0$$

$$\omega_0 t_1 = \cancel{\pi +} \text{Arctg}\left[+6.7\right]$$
$$= \cancel{2\pi + \text{Arctg}[\pm 6.7]}$$
$$= \cancel{3.14}$$
$$= \cancel{3}$$
$$t_1 = \frac{3.07}{\cancel{\omega_0}} = \cancel{\ldots}\ 0.13\ s$$

la position à l'instant t_1 est

$$x(t_1) = \frac{\mu m g}{k}\cos\omega_0 t_1 + \frac{v_0}{\omega_0}\sin\omega_0 t_1 + l_0 + \frac{\mu m g}{k}$$
$$= -0.0\,\cancel{\ }39\ m$$

* phase 2 $\quad \Leftrightarrow \dot{x}(t) > 0 \quad$ et $\quad x < l_0$



équation de mouvement : $m\ddot{x} = -k(x - l_0) - \mu m g$

eq homogène

$$x_1 = \tilde{A}\cos\omega_0 t + \tilde{B}\sin\omega_0 t$$

solution particulière

$$0 = -k(x_2 - l_0) - \mu m g.$$
$$k(x_2 - l_0) = -\mu m g$$
$$x_2 = l_0 - \frac{\mu m g}{k}$$

solution générale

$t > t_1$
$$x(t) = \tilde{A}\cos\omega_0 t + \tilde{B}\sin\omega_0 t + l_0 - \frac{\mu m g}{k}$$

$$\dot{x}(t_1) = 0$$

le solide ne repart dans la direction $\vec{i}$ que si la force du ressort est > force de frottement.

$$F_r = -k(x(t_1) - l_0) = 10.7\ N$$
$$F_f = -\mu m g = -1.9\ N$$

cela repart !

$$\begin{cases} \tilde{A}\cos\omega_0 t_1 + \tilde{B}\sin\omega_0 t_1 + l_0 - \frac{\mu m g}{k} = x(t_1) \\ -\omega_0 \tilde{A}\sin\omega_0 t_1 + \omega_0 \tilde{B}\cos\omega_0 t_1 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (1) \quad 0.147\,\tilde{A} + 0.989\,\tilde{B} = -0.073 \\ (2) \quad -10.8\,\tilde{A} + 1.62\,\tilde{B} = 0 \end{cases}$$

$$(2)\quad \tilde{A} = \frac{1.62}{10.8}\tilde{B} = 0.149\,\tilde{B} \Rightarrow (0.147 \quad 0.149 + 0.989)\tilde{B} = -0.073$$

$\tilde{B} = -0.0724$ $\qquad$ $\tilde{A} = -0.0108$

d'où $\quad x(t) = -0.0108 \cos \omega_0 t - 0.0724 \sin \omega_0 t + 0.0337$

pour $t_1 < t < t_2$.

avec t_2 / $x(t_2) = l_0$

$$0.05 = -0.0108 \cos \omega_0 t_2 - 0.0724 \sin \omega_0 t_2 + 0.0337$$

Recherche de t_2 /

$$-0.0108 \cos \omega_0 t_2 - 0.0724 \sin \omega_0 t_2 - 0.01635 = 0$$

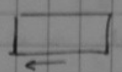
$t_2 = 0.234$ s.

la vitesse à cet instant est

$$\dot{x}(t_2) = -\omega_0 \tilde{A} \sin \omega_0 t_2 + \omega_0 \tilde{B} \cos \omega_0 t_2$$

$$= 0.782 \text{ m s}^{-1}$$

* Phase 3



$$m \ddot{x} = -\mu m g$$

$$\dot{x} = -\mu g (t - t_2) + \dot{x}(t_2)$$

La vitesse s'arrête à t_3 /.

$$0 = -\mu g (t_3 - t_2) + \dot{x}(t_2)$$

$$\mu g (t_3 - t_2) = \dot{x}(t_2)$$

$$t_3 = t_2 + \frac{\dot{x}(t_2)}{\mu g}$$

$$= 0.632 \text{ s}$$

la position à l'instant t_3 est.

$$x = -\mu g \left(\frac{t^2}{2} - t_2 t\right) + \dot{x}(t_2)(t - t_2) + cst.$$

Pour $t = t_2$ $\quad x = l_0$

$$l_0 = +\mu g \frac{t_2^2}{2} + cst.$$

$$cst = l_0 - \mu g \frac{t_2^2}{2}$$

$$= -0.0347$$

$$x(t_3) = -\mu g \left(\frac{t_3^2}{2} - t_2 t_3\right) + \dot{x}(t_2)(t_3 - t_2) + cst.$$

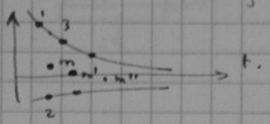
$$\boxed{x(t_3) = 0.206 \text{ m}}$$

pendule avec aimants répulsifs.

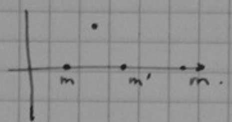
décrément logarithmique.

$$\delta = \ln \frac{x(t)}{x(t+T)} \qquad \xi = \frac{\delta}{\sqrt{4\pi^2+\delta^2}}$$

- Juste après la réparation :
  difficulté : décroissance + forte d'un côté que de l'autre
  ⇒ calcul valeur moyenne.



$$\begin{cases} x(m) = \left[\dfrac{x(1)+x(3)}{2} + x(2)\right]\dfrac{1}{2} \\ x(m') = \left[\dfrac{x(3)+x(5)}{2} + x(4)\right]\dfrac{1}{2} \\ x(m'') = \left[\dfrac{x(5)+x(7)}{2} + x(6)\right]\dfrac{1}{2} \end{cases}$$



$$\begin{cases} x_c(3) = x(3) - \dfrac{x(m)+x(m')}{2} \\ x_c(5) = x(5) - \dfrac{x(m')+x(m'')}{2} \end{cases}$$

$$\delta = \ln \frac{x_c(3)}{x_c(5)}$$

⇒ faire en un papier.

- fin du mvt.

ξ

$$\delta = \ln \frac{x(t)}{x(t+T)}$$

$$\delta = \ln \frac{x(t+T)}{x(t+2T)}$$

$$\begin{cases} \dfrac{x(t)}{x(t+T)} = e^{\delta} \\ \dfrac{x(t+T)}{x(t+2T)} = e^{\delta} \end{cases} \Rightarrow \frac{x(t)}{x(t+2T)} = e^{2\delta}$$

$$\Rightarrow \delta = \frac{1}{n} \ln \frac{x(t)}{x(t+nT)}$$

x

Par les périodes $10\,T_{ini} = 39 - 23.5 = 15,5$ s
$10\,T_{fin} = 203.5 - 191.5 = 12,0$ s] → significativement ≠

$$\xi_{ini} < \xi_{fin}$$