Université du MAINE

DEUST VAS2 et Licence professionnelle IAV
Epreuve de vibrations (17-12-2009, durée : 2 heures)
Documents autorisés : formulaire personnel sur feuille A4

Exercice 1 : pulsations propres et modes de vibrations
Un système de 5 masses m et 6 ressorts de raideur k constitue une chaîne (k,m,k,m,k,m,k,m,k,m,k) encastrée à ses deux extrémités.
1 - Donner l'expression des matrices d'inertie [M] et de raideur [K].
2 - Le calcul numérique donne les cinq modes de vibrations suivants :

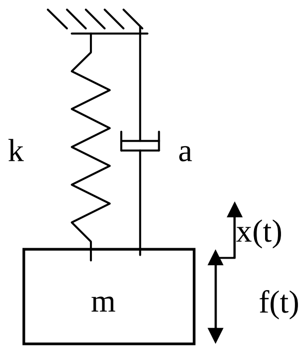
$(0.5774 \quad 0.0000 \quad -0.5774 \quad 0.0000 \quad 0.5774)^T$
$(0.2887 \quad 0.5000 \quad 0.5774 \quad 0.5000 \quad 0.2887)^T$
$(0.5000 \quad -0.5000 \quad 0.0000 \quad 0.5000 \quad -0.5000)^T$
$(0.5000 \quad 0.5000 \quad 0.0000 \quad -0.5000 \quad -0.5000)^T$
$(0.2887 \quad -0.5000 \quad 0.5774 \quad -0.5000 \quad 0.2887)^T$

2-1- Pourriez-vous faire le classement, en le justifiant, de ces modes et donner l'expression de la matrice modale $[\Phi]$. Que représente alors la matrice diagonale :

$$D = \begin{array}{ccccc} 0.2679 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2. & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3.7321 \end{array}$$

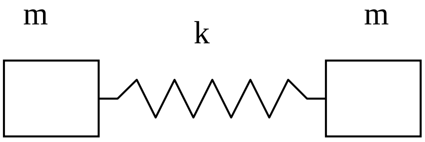
2-2 Quels sont les modes qu'on aurait pu obtenir sans calcul en tenant compte de la symétrie de la chaîne élastique.

Exercice 2 : absorbeur dynamique
On considère un système mécanique amorti à un degré de liberté représenté par la figure ci-contre. La masse m, dont le déplacement x(t) est mesuré à partir de sa position d'équilibre, est soumise à l'excitation $f(t) = F \sin \Omega t$.



1 – Que doivent vérifier les paramètres m, a et k pour avoir un système pseudopériodique ; on se met dans cette hypothèse.
2 – Quelle est la réponse permanente à l'excitation f(t) ; donner l'expression de son amplitude X et tracer la courbe $X(\Omega)$ en commentant sa forme.
3 – Pour éviter la résonance, on accroche à m un autre système à un degré de liberté k'-m' où k' est la raideur du ressort accroché à m et m' est la masse accrochée au ressort de raideur k'. On appellera x_1 et x_2 les déplacements de m et de m' à partir de leur position d'équilibre.
a) Ecrire les équations du mouvement de ce système à 2 degrés de liberté.
b) Déterminer les réponses permanentes des deux masses. Tracer l'allure de l'amplitude de m en fonction de la pulsation d'excitation..

Exercice 3 pour le DEUST VAS2
Modes rigides
Etudier le système mécanique libre suivant :



On appellera x_1 et x_2 les déplacements longitudinaux de chacune des masse et on ne tient compte d'aucune force extérieure.
1 – Déterminer les matrices M et K
2 – Calculer les pulsations propres et les modes de vibrations ; commentez vos résultats.

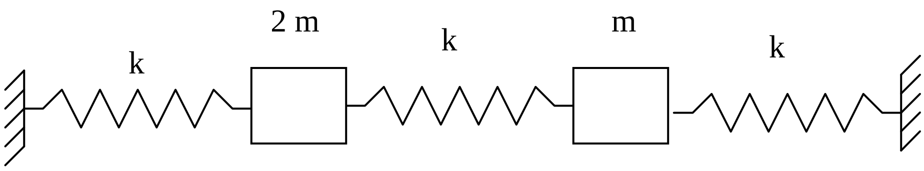
Exercice 3 pour la LPIAV
Quotient de Rayleigh : détermination de la première pulsation propre
Soient M et K les matrices d'inertie et de raideur d'un système mécanique à n degrés de liberté. On montre que :

$$\omega_1{}^2 = \min R(X)$$

où R(X) est le quotient de Rayleigh défini par :

$$R(X) = \frac{\{X\}^T [K]\{X\}}{\{X\}^T [M]\{X\}}$$

où $\{X\}$ représente un vecteur d'essai à n composantes.
Application : on prend un système mécanique k-2m-k-m-k (voir ci-dessous), calculer ω_1 par la méthode exacte puis en utilisant le quotient de Rayleigh (on prendra par exemple : $\{X\}^T = (2,1)$; déplacements proportionnels aux masses).



Physique amusante (facultative) : démo sur le diapason
Donner une explication qualitative sur le comportement du « diapason » :
- sans (et avec) mousse
- sans (et avec) masse additive
On peut résumer les explications avec une courbe de réponse fréquentielle.

PS : répondre au verso de cette feuille

Explications qualitatives pour chacun des 4 cas envisagés

Tracé qualitatif des 4 courbes de réponse en fréquences