TD RdM N°
Moment de torsion

① Dimensionnement d'un arbre cylindrique

L'arbre est cylindrique de révolution, plein, de longueur L, de rayon R, de module d'élasticité transversal G ; la contrainte de rupture en cisaillement est τ_r ; on note c_s le coefficient de sécurité, P la puissance maximale transmise au régime de n tours/mn.

Déterminer le rayon R et la rotation relative des sections extrêmes. Effectuer les applications numériques dans les deux cas suivants :

(1) L = 3m ; $G = 90.10^9$ Pa ; P = 300 CH ; n = 3000 tr/mn ; $\tau_r = 25.10^7$ Pa ; $c_s = 5$.

(2) idem sauf P = 500 CH, n = 600 tr/mn.

1 CH = 735,49 Watt

② Comparaison entre arbre creux et arbre plein soumis au même moment de torsion

Comparer les poids d'un arbre creux et d'un arbre plein de même longueur L, fait d'un même matériau.

1) à égalité de contrainte maximale.
2) à égalité de rotation relative des sections extrêmes.

On note R le rayon de l'arbre plein, R_i et R_e les rayons de l'arbre creux, avec $d = R_i / R_e$; on note P_c et P_p les poids de ces arbres.

AN : d = 0.6.

③ Arbre de navire

Un arbre de navire porte-hélice de 30m de long doit transmettre une puissance de 40 000 CH à 150 trs/mn. Il est en acier de module de cisaillement G = 82 000 N/mm^2 et de contrainte de cisaillement maximum de 50 N/mm^2. On suppose l'arbre creux. Calculer son diamètre extérieur, son volume et la rotation entre ses deux extrémités pour un rapport $D_{int} = k\, D_{ext}$. Faire le calcul pour k = 0 (arbre plein) et k = 0.95.

L P I AU RdM Td torsion Exercice 1

La contrainte ~~de rupture~~ est linéaire en fonction de la distance à l'axe.

$$\tau = \frac{M_x \tilde{r}}{I_0}$$

$$\tau_{maxi} = \frac{M_x R}{\frac{\pi (2R)^4}{32}}$$

$$R^{-3} = \frac{\pi}{4} M_x^{-1} \tau_{maxi}$$

$$R = \left(\frac{4 M_x}{\tau_M \pi} \right)^{1/3}$$

$$\text{Or} \quad \left. \begin{array}{l} P = M_x \, \omega \\ \omega = 2\pi n \end{array} \right\} \quad M_x = \frac{P}{2\pi n}$$

Avec le coefficient de sécurité $M'_x = c_s M_x$

$$R = \left[\frac{4 c_s P}{2 \pi^2 n \tau_m} \right]^{1/3} \qquad \left[\frac{N m s^{-1}}{s^{-1} N m^{-2}} \right]^{1/3} = \left[m^3 \right]^{1/3} = m$$

ok!

$$\text{cas 1} \quad R_1 = \frac{4 . 5 \quad 300 \quad 735{,}49}{2 \pi^2 \frac{3000}{60} \, 25 \, 10^7}$$

$$= 26{,}1 \text{ mm}$$

$$\text{cas 2} \quad R_2 = \frac{4 . 5 \quad 500 \quad 735{,}49}{2 \pi^2 \frac{600}{60} \, 25 \, 10^7} = 53{,}0 \text{ mm}$$

* Egalité de τ_{maxi}

$$\tau_{maxi\,1} = \frac{M_x\ R}{\frac{\pi R^4}{4}} \qquad \tau_{maxi\,2} = \frac{M_x\ R_e}{\frac{\pi (R_e^4 - R_i^4)}{4}}$$

$$\frac{R}{\pi R^4} = \frac{R_e}{\pi (R_e^4 - d^4 R_e^4)}$$

$$\frac{1}{R^3} = \frac{1}{R_e^3} \frac{1}{(1-d^4)}$$

$$R^3 = R_e^3 (1-d^4) \Rightarrow R = R_e (1-d^4)^{1/3}$$

Rapport des masses

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{\pi R^2 L}{\pi (R_e^2 - R_i^2) L}$$

$$= \frac{(1-d^4)^{2/3}}{(1-d^2)} \qquad \text{avec } d = 0,6$$

$$= 1,42$$

* Egalité des rotations

$$\alpha_1 = \alpha_2$$

$$\frac{M_x}{G \frac{\pi R^4}{4}} = \frac{M_x}{G \frac{\pi (R_e^4 - R_i^4)}{4}}$$

$$R^4 = R_e^4 (1-d^4)$$

$$R = R_e (1-d^4)^{1/4}$$

Rapport des masses

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{(1-d^4)^{2/4}}{1-d^2}$$

$$= 1,46$$

LPIAV RdM Td Torsion exercice 3

$$\tau_m = \frac{M_x \quad R_e}{\frac{\pi}{4}(R_e^4 - R_i^4)}$$

$$\tau_m = \frac{4 P}{\omega \pi \quad R_e^3 (1 - k^4)}$$

$$R_e = \left[\frac{4 P}{\tau_m \omega \pi (1 - k^4)} \right]^{1/3}$$

$$V = \pi (R_e^2 - R_i^2) L$$

$$V = \pi R_e^2 (1 - k^2) L$$

$$\alpha L = \frac{M_x L}{G \frac{\pi}{4} (R_e^4 - R_i^4)} = \frac{4 P L}{G \pi \omega R_e^4 (1 - k^4)}$$

A.N :

$P = 4 \; 10^4 \; 735$ W

$L = 30$ m

$G = 82 \; 10^9$ Pa

$\omega = 2\pi \; 150/60$ rad s^{-1}

$k = 0 <-> 0.95$

$\tau_m = 50 \; 10^6$ Pa

k = 0	k = 0,95
$R_e = 0,53$ m	$R_e = 0,93$ m
$V = 26,6$ m^3	$V = 7,57$ m^3
$\alpha L = 0,011$ rad	$\alpha L = 0,0063$
$= 1,57$ °	$= 1,13$ °