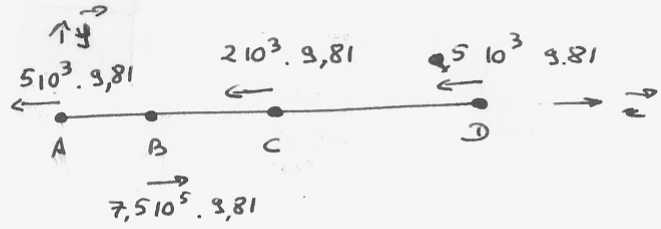
LPIAV RdM Td2 Exercice 3.1

bancau de bronze

modélisation



* Vérification de l'équilibre

bilan des actions

$$\{\mathcal{T}_1\} = \left\{ \begin{matrix} +5\,10^3\ 9.81\ (-\vec{x}) \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_A$$

$$\{\mathcal{T}_2\} = \left\{ \begin{matrix} 7{,}5\,10^3\ 9.81\ (\vec{x}) \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_B$$

$$\{\mathcal{T}_3\} = \left\{ \begin{matrix} +2\,10^3\ 9.81\ (-\vec{x}) \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_C$$

$$\{\mathcal{T}_4\} = \left\{ \begin{matrix} 0{,}5\ 10^3\ 9.81\ (-\vec{x}) \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_D$$

L'équilibre doit fournir $\mathcal{E}\{\mathcal{T}\} = \{0\}$.

$$\{\mathcal{T}_1\} + \{\mathcal{T}_2\} + \{\mathcal{T}_3\} + \{\mathcal{T}_4\} = \left\{ \begin{matrix} +5\,10^3\ 9.81\ (-\vec{x}) \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_A + \left\{ \begin{matrix} 7{,}5\,10^3\ 9.81\ \vec{x} \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_A$$

$$+ \left\{ \begin{matrix} +2\,10^3\ 9.81\ (-\vec{x}) \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_A + \left\{ \begin{matrix} 0{,}5\ 10^3\ 9.81\ (-\vec{x}) \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_A$$

$$= \left\{ \begin{matrix} (-5 + 7{,}5 - 2 - 0{,}5)\ 10^3\ 9.81\ \vec{x} \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_A$$

$$= \{0\}$$ l'équilibre est vérifié

* Calcul de l'allongement par les formules de Bresse

Calcul des $\{\mathcal{T}_{eff\ int}\}$: on oriente la poutre de A vers D

• Pour $H_1 \in [C\,D]$ $\{\mathcal{T}_{eff\ int}\} = \Sigma\{\mathcal{T}_{s+}\}$.

$$= \left\{ \begin{matrix} -0{,}5\ 10^3\ 9.81\ \vec{x} \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_D$$

repère local $\vec{x} = \vec{x}$

$$= \left\{ \begin{matrix} -0{,}5\ 10^3\ 9.81\ \vec{x} \\ \vec{0} \end{matrix} \right\}_{H_1}$$

$N_1 = -0{,}5\ 10^3\ 9.81$ N

• Pour $H_2 \in [BC]$

$$\{\mathcal{T}_{\text{eff int}}\} = \begin{Bmatrix} -0,5\ 10^3\ 9.81\ \vec{x} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_D + \begin{Bmatrix} -2\ 10^3\ 9.81\ \vec{x} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_C$$

$$= \begin{Bmatrix} -2,5\ 10^3\ 9.81\ \vec{x} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_{H_2}$$

$N_2 = -2,5\ 10^3\ 9.81\ N$

• Pour $H_3 \in [AB]$

$$\{\mathcal{T}_{\text{eff int}}\} = \begin{Bmatrix} -0,5\ 10^3\ 9.81\ \vec{x} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_D + \begin{Bmatrix} -2\ 10^3\ 9.81\ \vec{x} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_C + \begin{Bmatrix} 7,5\ 10^3\ 9.81\ \vec{x} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_B$$

$$= \begin{Bmatrix} 5\ 10^3\ 9,81\ \vec{x} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_{H_3}$$

$N_3 = 5\ 10^3\ 9.81\ N$

Formule de Bresse.

$$\vec{v}_D = \vec{v}_A + \vec{\omega}_A \wedge \vec{AD} + \int_{\text{poutre}} \frac{N}{ES}\vec{x}\, ds$$

posons $\vec{\omega}_A = \vec{0}$

$$\vec{v}_D - \vec{v}_A = \frac{1}{ES}\left[\int_A^B N_3\, ds + \int_B^C N_2\, ds + \int_C^D N_1\, ds\right]\vec{x}$$

$$= \frac{\vec{x}}{ES}\left[N_3 l_3 + N_2 l_2 + N_1 l_1\right]$$

avec $l_3 = 0.5\ m$; $l_2 = 0,75\ m$; $l_1 = 1\ m$

$E = 9\ 10^5\ 9.81\ N/cm^2 = 9\ 10^5\ 9,81\ 10^4\ Pa$

$S = 10\ 10^{-4}\ m^2 = 10^{-3}\ m^2$

$$= \frac{\vec{x}\ 9,81\ 10^3}{9\ 9,81\ 10^6}\left[5 . 0,5 - 2,5 . 0,75 - 0,5 . 1\right]$$

$$= \frac{\vec{x}}{9\ 10^3}\left[0,125\right]$$

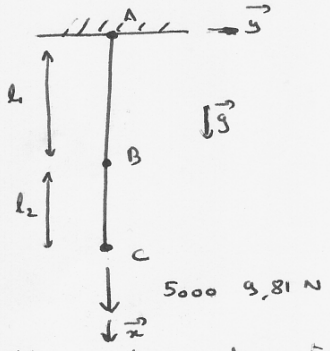
$= 1,39\ 10^{-5}\ m$

LPIAV RdM Td2 Exercice 4.1

- 2 barreaux prismatiques

la donnée de la masse volumique indique implicitement que ces barreaux sont dans un champs de pesanteur $\vec{g}$ orienté vers le bas.

- modélisation



- Détermination des torseurs d'effort intérieurs

On oriente la poutre de A vers C

Soit $H_2 \in [B, C]$

$$\left\{\mathcal{T}_{eff\,int}\right\} = \left\{\begin{matrix} 5\,10^3\ 9{,}81\ \vec{x} \\ \vec{0} \end{matrix}\right\}_C + \int_{H_2}^{C} \left\{\begin{matrix} \rho S g\, ds\ \vec{x} \\ \vec{0} \end{matrix}\right\}_P$$

$$= \left\{\begin{matrix} 5\,10^3\ 9{,}81\ \vec{x} \\ \vec{0} \end{matrix}\right\}_{H_2} + \int_{H_2}^{C} \left\{\begin{matrix} \rho S g\, ds\ \vec{x} \\ \vec{0} \end{matrix}\right\}_{H_2}$$

$$= \left\{\begin{matrix} \vec{x}\left[5\,10^3\ 9{,}81 + \int_{s}^{l_2+l_1} \rho S g\, ds\right] \\ \vec{0} \end{matrix}\right\}_{H_2}$$

$$= \left\{\begin{matrix} \left[5\,10^3\ 9{,}81 + \rho S g\,(l_2+l_1-s)\right]\vec{x} \\ \vec{0} \end{matrix}\right\}_{H_2}$$

le repère local est confondu avec le repère global.

$\vec{x} = \vec{X}$, donc

$$N_2 = 5\,10^3\ 9{,}81 + 8\,10^{-3}\ 10^6\ 50\,10^{-4}\ 9.81\ (16 - s)$$

la valeur maximale est donnée pour $s = l_1 = 10$ (au pt B)

$$N_2^{mani} = 5\,10^3\ 9{,}81 + 4\ 10^{-3}\ 9{,}81\ 6$$

$$= 5\,10^3\ 9{,}81 + \cancel{2{,}4\ 10^{-2}\ 9{,}81} \longrightarrow \text{négligeable}$$

$$\sigma_2^{mani} = N_2/S = \frac{5\,10^3\ 9{,}81}{50\ 10^{-4}} = 9{,}81\ 10^6\ Pa$$

LP1AV RdM Td2 Exercice 4.2

- Soit $M_1 \in [AB]$

~~On ne néglige cette fois la force de pesanteur.~~
~~car $\rho S l = 7800 \; 60 \; 10^{-4} \; 10 = 468$ kg.~~

$$\left\{\mathcal{T}_{eff\,int}\right\} = \left\{\begin{matrix} 5\,10^3\; 9.81\; \vec{x} \\ \vec{0} \end{matrix}\right\}_C + \int_{M_1}^{l_1} \left\{\begin{matrix} \rho_1 S_1 g_z\, ds\; \vec{x} \\ \vec{0} \end{matrix}\right\}_P + \int_{l_1}^{l_2+l_1} \left\{\begin{matrix} \rho_2 S_2 g_z\, ds\; \vec{x} \\ \vec{0} \end{matrix}\right\}_P$$

$$= \left\{\begin{matrix} \left[5\,10^3\; 9.81 + \rho_1 S_1 g\,(l - s_1) + \rho_2 S_2 g\, l_2\right] \vec{x} \\ \vec{0} \end{matrix}\right\}_{M_1}$$

$$= \left\{\begin{matrix} 51400 + 459\,(10 - s_1)\; \vec{x} \\ \vec{0} \end{matrix}\right\}_{M_1}$$

le repère local est confondu avec le repère global dont

$\vec{x} = \vec{X}$

la sollicitation n'est que de l'effort normal

$N_1 = 51400 + 459\,(10 - s_1)$

~~Le~~ L'effort normal est donné lorsque $s_1 = 0$

$N_1^{max} = 56\,000$ N

la contrainte maximale est

$$\sigma^{max} = \frac{N_1^{max}}{S} = \frac{56\,000}{0{,}006} = 9{,}33 \text{ MPa}$$

La limite d'élasticité de l'acier est $\sigma^{ee} = 60$ MP

Elle n'est pas dépassée.

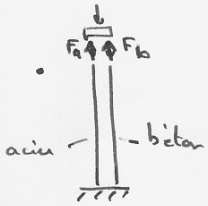
LPIAU RdM TD2 Exercice 5

Le bloc supérieur impose que les déplacements des pts B appartenant à l'acier et au béton sont les mêmes.

Peut-t-on négliger le poids propre.

- $F_{g\,acier} = \dfrac{\pi(D^2 - d^2)}{4} h \rho g = 2\,300$ N
  négligeable / 500 000 N

- $F_{g\,béton} = \dfrac{\pi d^2}{4} h \rho g = 2\,870$ N avec $\rho = 2300$ kg/m³
  négligeable / 500 000 N



- l'équilibre de la plaque supérieure impose que

$$-F + F_a + F_b = 0$$

- la cinématique identique impose que

$$\vec{u}_{B_a} = \vec{u}_{B_b}$$

Or par Bresse,

$$\int_0^h \frac{N_a}{E_a S_a} \vec{x}\, ds = \int_0^h \frac{N_b}{E_b S_b} \vec{x}\, ds$$

$$\frac{h}{E_a S_a}(-F_a) = \frac{h}{E_b S_b}(-F_b)$$

$$\begin{cases} \dfrac{F_a}{E_a S_a} = \dfrac{F_b}{E_b S_b} \\ F_a + F_b = F \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_a = F_b \dfrac{E_a S_a}{E_b S_b} \\ F_b \left[1 + \dfrac{E_a S_a}{E_b S_b}\right] = F \end{cases}$$

$$\begin{cases} F_b = F \dfrac{E_b S_b}{E_b S_b + E_a S_a} \\ F_a = F_b \dfrac{E_a S_a}{E_b S_b} \end{cases} \Rightarrow u_a \vec{x} = -F \frac{E_b S_b / E_a S_a}{E_b S_b + E_a S_a} h$$

posons $d = \dfrac{E_b S_b}{E_a S_a} = 0{,}43$

$$u_a = -\frac{Fh}{E_a S_a} \frac{d}{d+1} = -0{,}625 \text{ mm}$$