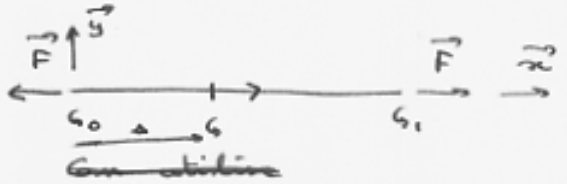
LPIAV RdM Td 2 Exercice 1




* Calcul du torseur des efforts intérieurs.

On oriente la poutre de $G_0$ vers $G_1$

soit $\overrightarrow{G_0G} = s\,\vec{x}$

$$\left\{\mathcal{T}_{\text{eff int}_G}\right\} = \sum_{s+} \left\{\mathcal{T}_{\to s+}\right\}$$

$$= \left\{\begin{matrix}\vec{F}\\ \vec{0}\end{matrix}\right\}_{G_1}$$

$$= \left\{\begin{matrix}F\vec{x}\\ \vec{0} + F\vec{x}\wedge\overrightarrow{G_1G}\end{matrix}\right\}_G \qquad \text{Or } \overrightarrow{G_1G} = (s-l)\,\vec{x}$$

$$\vec{x}\wedge\vec{x} = \vec{0}$$

$$= \left\{\begin{matrix}F\vec{x}\\ \vec{0}\end{matrix}\right\}_G$$

le repère local en G est confondu avec le repère global

Donc la sollicitation n'est qu'un effort normal

$$N = F$$

* Déplacement (par la formule de Bresse)

$$\vec{v}_{G_1} - \vec{v}_{G_0} = \vec{\omega}_{G_0}\wedge\overrightarrow{G_0G_1} + \int_{G_0}^{G_1} \frac{N}{ES}\,\vec{x}\,ds$$

Or $\vec{\omega}_{G_0} = 0$ (hypothèse)

$$= \left[\int_0^l \frac{F}{ES}\,ds\right]\vec{x}$$

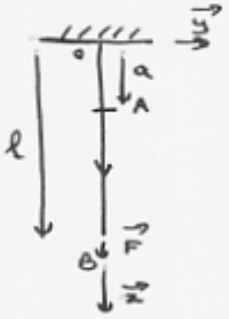
$$= \frac{Fl}{ES}\,\vec{x}$$

donc l'allongement de la poutre entre $G_1$ et $G_0$ est $\frac{Fl}{ES}$

$$\left[\frac{N\,m}{N\,m^{-2}\,m^2}\right] = [m] \quad \text{OK !}$$

LP1AV RdM Td 2 exercice 2

Poutre droite isostatique




Soit $\vec{OA} = a\,\vec{x}$

on oriente la poutre de O vers B

torseur des efforts intérieurs

$$\left\{\mathcal{T}_{\text{effort}_A}\right\} = \sum_{\text{dt}} \left\{\mathcal{T}_{\to \text{dt}}\right\}$$

$$= \begin{Bmatrix} F\vec{x} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_B + \int_A^B \left\{d\mathcal{T}\right\}_P$$

$$\left\{\mathcal{T}_{\text{effort}}\right\} = \begin{Bmatrix} F\vec{x} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_A + \int_A^B \begin{Bmatrix} \rho S g\, ds\, \vec{x} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_P$$

$$= \begin{Bmatrix} F\vec{x} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_A + \int_A^B \begin{Bmatrix} \rho S g\, ds\, \vec{x} \\ \rho S g\, ds\, \vec{x} \wedge \vec{PA} \end{Bmatrix}_A$$

où $\vec{PA} = (a-s)\,\vec{x}$ et $\vec{x} \wedge \vec{x} = \vec{0}$

$$= \begin{Bmatrix} F\vec{x} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_A + \int_a^\ell \begin{Bmatrix} \rho S g\, ds\, \vec{x} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_A$$

$$= \begin{Bmatrix} F\vec{x} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_A + \begin{Bmatrix} \rho S g\, \vec{x} \int_a^\ell ds \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_A$$

$$= \begin{Bmatrix} \left[F + \rho S g\,(\ell - a)\right]\vec{x} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_A$$

le repère local étant confondu avec le repère global, la sollicitation n'est qu'un effort normal

$$N = F + \rho S g\,(\ell - a)$$

- déplacement par les formules de Bresse

$$\vec{u}_B = \vec{u}_0 + \vec{\omega}_0 \wedge \vec{OB} + \int_0^B \frac{N}{ES}\,\vec{x}\, da$$

encastrement en O $\to u_0 = 0 \quad \omega_0 = 0$

$$\vec{u}_B = \frac{1}{ES}\int_0^\ell \left[F + \rho S g\,(\ell - a)\right] da$$

$$= \frac{1}{ES}\left[F\ell + \rho S g \ell^2 - \rho S g \frac{\ell^2}{2}\right]$$

$$= \frac{1}{ES}\left[F\ell + \frac{\rho S g \ell^2}{2}\right] \qquad \left[\frac{N\,m}{N m^{-2}\, m^2}\right] = [m] \text{ OK!}$$