EX 5

1a)

$$\begin{cases} \vec{T}(\vec{e_1}) = 0{,}7\alpha\,\vec{e_1} + 3{,}6\alpha\,\vec{e_2} \\ \vec{T}(\vec{e_2}) = 3{,}6\alpha\,\vec{e_2} + 2{,}8\alpha\,\vec{e_2} \\ \vec{T}(\vec{e_3}) = 7{,}6\,\vec{e_3} \end{cases}$$

7,6 est une Valeur propre et $\vec{e_3}$ est un Vecteur Propre

Le Point P represente l'état de contrainte dans la direction ① et Q represent l'etat de contrainte dans la direction ②

Les coordonnées du pt P : $(0{,}7\alpha,\ 3{,}6\alpha)$ et Q $(2{,}8\alpha, -3{,}6\alpha) \longrightarrow (e_2, -\vec{e_1})$ soit directe)

Les Pts P et Q sont diameralement opposés sur le cercle Cp :
à partir du cercle de Mohr : (voir figure) on peut deduire le Centre du cercle

$C_P\,(0,\ 1{,}75\alpha)$ et le rayon $3{,}75\alpha$

ensuite les deux autre contraintes Principale

$5{,}5\alpha$ et $\sigma = -2\alpha$

pour $\alpha = 0$ on a : $\sigma_1 = 7{,}6$ $\sigma_2 = 0$ et $\sigma_3 = 0$

c'est une traction simple dans la direction ③

Pour $\alpha = 1$ $\sigma_1 = 7{,}6$, $\sigma_2 = 5{,}5$ $\sigma_3 = -2$

avec $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$

b. etat de symetrie axiale :

$\sigma_P = \sigma_Q \Longrightarrow \alpha = 1{,}38$

$\sigma_r = \sigma_P \Longrightarrow \alpha = -3{,}9$

$\sigma_q = \sigma_r \Longrightarrow \alpha = 0$

2) $\alpha = 1$

Les directions principales sont obtenus en cherchant les Vecteurs propres nommés c_1, c_2 et c_3

$\vec{e_3}$ est un Vecteur propre associé à la Valeur Propre 7,6.

Les deux autres Vecteur propres sont $\perp\ (\vec{e_3})$

$(C_2 \perp C_3) \perp (C_3 = \vec{e_3})$

à partir ~~de~~ la décomposition ~~dan~~ du Valeurs propres

ensuite Nous cherchons les ~~Vecteur~~ propres Vecteur Propres, associer aux Valeurs Propres C_2, C_3

~~Le de~~ ~~on décompose~~:

$$\begin{cases} C_2 : 0{,}6\,\vec{e_1} + 0{,}8\,\vec{e_2} \\ C_3 = -0{,}8\,\vec{e_1} + 0{,}6\,\vec{e_2} \end{cases}$$

l'angle entre le repère $\theta = 53{,}13°$ (Arccos 0,6)

b) $\vec{n_1}$ étant normé, on calcule directement :

$$\vec{T}(n_1) = \overline{\overline{\sigma}}\,\vec{n_1} = 2{,}4\,\vec{e_1} + 4{,}5\,\vec{e_2}$$

La Composante normale est :

$$n_1\,\vec{T}(n_1) = 4{,}3$$

La Composante tangentielle est :

$$n_2\,T(n_1) = 2{,}7$$

avec $\vec{n_2} = -\frac{1}{2}\vec{e_1} + \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{e_2}$ (avec n_1, n_2 directe)

3) on a $T_{m} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$

Pour $\alpha = 1$ $\sigma_1 = 7{,}6$ et $\sigma_3 = -2$, $T_{m} = 4{,}8$

Pour $\alpha = 2$ $\sigma_1 = 11$ et $\sigma_3 = -4$, $T_{m} = 7{,}5$