ENSIM TdP Examen janvier 09 . 1

Le problème est plan

7h17) On oriente la poutre de D vers A.

* Soit $H_1 \in [DC]$

$$\left\{\mathcal{T}_{\text{eff int}\,H_1}\right\} = -\left\{\mathcal{T}_{\text{eff ext}\,E}\right\} = \begin{Bmatrix} F\vec{j} \\ 0\,\vec{k} \end{Bmatrix}_E = \begin{Bmatrix} F\vec{j} \\ F\vec{j} \wedge (\vec{EO_2} + \vec{O_2H_1}) \end{Bmatrix}_{H_1}$$

$$= \begin{Bmatrix} F\vec{j} \\ F\vec{j} \wedge \left(-\frac{a}{\sqrt{2}}\vec{i} + a\cos\alpha_1\,\vec{i} + a\sin\alpha_1\,\vec{j}\right) \end{Bmatrix}_{H_1}$$

$$= \begin{Bmatrix} F\vec{j} \\ Fa\left[\frac{1}{\sqrt{2}} + \cos\alpha_1\right]\vec{k} \end{Bmatrix}_{H_1}$$

On se place dans le repère local

$$\begin{cases} \vec{i} = -\cos\alpha_1\,\vec{y} - \sin\alpha_1\,\vec{x} \\ \vec{j} = \cos\alpha_1\,\vec{x} - \sin\alpha_1\,\vec{y} \\ \vec{k} = \vec{z} \end{cases}$$

$$= \begin{Bmatrix} F\cos\alpha_1\,\vec{x} - F\sin\alpha\,\vec{y} \\ Fa\left[\frac{1}{\sqrt{2}} - \cos\alpha_1\right]\vec{z} \end{Bmatrix}_{H_1}$$

* Soit $H_2 \in [CBA]$

$$\left\{\mathcal{T}_{\text{eff int}\,H_2}\right\} = -\left\{\mathcal{T}_E\right\} = \begin{Bmatrix} F\vec{j} \\ 0\,\vec{k} \end{Bmatrix}_E = \begin{Bmatrix} F\vec{j} \\ F\vec{j} \wedge (\vec{EO_2} + \vec{O_2O_1} + \vec{O_1H_2}) \end{Bmatrix}_{H}$$

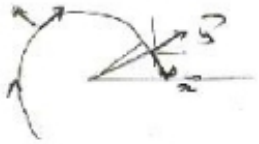
$$\vec{EH_2} = -\frac{a}{\sqrt{2}}\vec{i} + a\sqrt{2}\,\vec{i} + a\sqrt{2}\,\vec{j} + a\cos\alpha_1\,\vec{i} + a\sin\alpha_2\,\vec{j}$$

$$= a\left[-\frac{1}{\sqrt{2}} + \sqrt{2} + \cos\alpha_2\right]\vec{i} + a\left[\sqrt{2} + a\sin\alpha_2\right]\vec{j}$$

$$= \begin{Bmatrix} F\vec{j} \\ Fa\left[\frac{1}{\sqrt{2}} - \sqrt{2} - \cos\alpha_2\right]\vec{k} \end{Bmatrix}_{H_2}$$

On se place dans le repère local

ENSIM TdP Examen janvier 09 - 2



$$\begin{cases} \vec{z} = \cos\alpha_2\,\vec{y} + \sin\alpha_2\,\vec{x} \\ \vec{y} = -\cos\alpha_2\,\vec{x} + \sin\alpha_2\,\vec{y} \\ \vec{k} = \vec{z} \end{cases}$$

$$\left\{ \mathcal{T}_{coh\,int_{H_1}} \right\} = \left\{ \begin{matrix} F\left[-\cos\alpha_2\right]\vec{x} + F\sin\alpha_2\,\vec{y} \\ Fa\left[\frac{1}{2\sqrt{2}} - \sqrt{2} - \cos\alpha_2\right]\vec{z} \end{matrix} \right\}_{H_2}$$

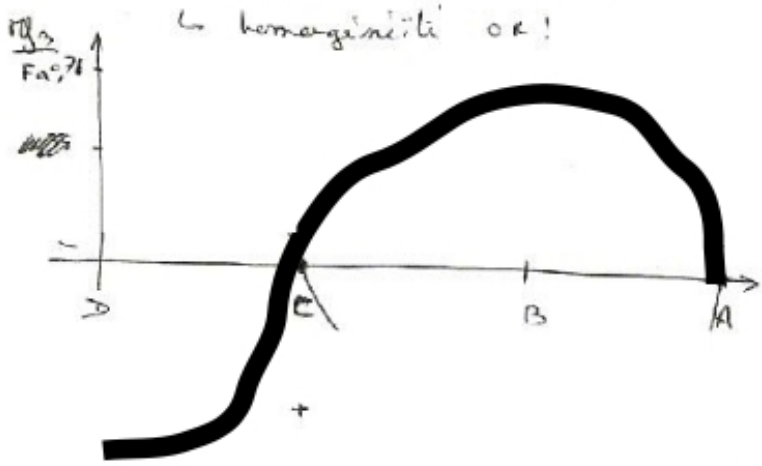
* Evolution du moment fléchissant

$$M_{fz_1} = Fa\left[\frac{1}{2\sqrt{2}} - \cos\alpha_1\right] \quad \text{pour } \alpha_1 \in \left[0, \frac{\pi}{4}\right]$$

$$M_{fz_2} = Fa\left[\frac{1}{2\sqrt{2}} - \sqrt{2} - \cos\alpha_2\right] \quad \text{pour } \alpha_2 \in \left[+\frac{5\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right]$$

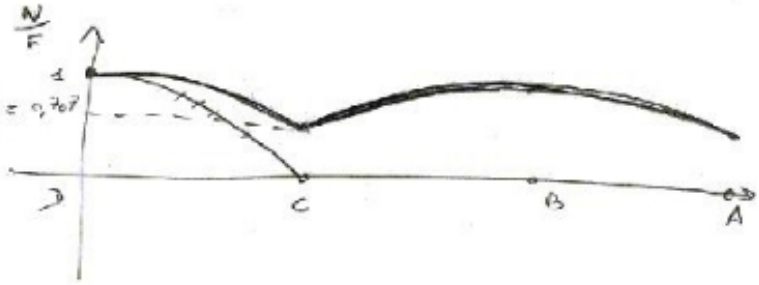
↳ homogénéité ok !

0,29



7435)
8149)

18'



$$\begin{cases} N_1 = F\cos\alpha_1 \\ N_2 = -F\cos\alpha_2 \end{cases} \rightarrow \text{homogénéité ok !}$$

les sections où le M_{fz} est maximal sont aux pts D et B

les sections où N est maximal sont aux pts D et B

ENSIM TdP Examen janvier 09 - 3

~~3) la contrai~~

la contrainte maximale dans la poutre est :

0,29

$$\sigma = \left| \frac{N}{S} \right| + \left| \frac{M_{fz}\, r}{I_{Hz}} \right|$$

$$\boxed{\sigma = \frac{F}{S} + \frac{F a v}{I_{Hz}}}$$

sur les pts

8h58) 9'

9h01) B.1) Sous l'effort normal N_3

l'allongement d'une barre est :

$$\vec{v}_B - \vec{v}_G = \vec{\omega}_{G \in \text{tirant}} \wedge \vec{GB} + \int_G^B \frac{N_3}{E S_2} \vec{x}_3 \, ds$$

la rotation du pts G ∈ tirant = 0 car il y a une articulation.

$$(\vec{v}_B - \vec{v}_G) \cdot \vec{j} = \frac{N_3}{E S_2} \|\vec{GB}\|$$

avec $\vec{j} \cdot \vec{GB} : (\vec{GO_2} + \vec{O_2O_1} + \vec{O_1B}) \cdot \vec{j}$

$$\|\vec{GB}\| = \sqrt{2}\, a$$

l'allongement de la barre est

9h06) $$\|\vec{v}_B - \vec{v}_G\| = \frac{N_3 \sqrt{2}\, a}{E S_2}$$

B.2) Si on considère le système complet, il subit l'effort $\vec{F}$ en E et 2 efforts opposés $N_3 \vec{j}$ en G et $-N_3 \vec{j}$ en B. On peut considérer N_3 comme une inconnue hyperstatique

l'équation cinématique associée est

$$\|\vec{v}_B - \vec{v}_{G \in \text{siège}}\| = \|\vec{v}_B - \vec{v}_{G \in \text{tirant}}\|$$

9h09) B.3) • On calcul par les formules de Bresse

$\|\vec{v}_B - \vec{v}_{G \in \text{siège}}\|$ en

- calculant les $\{\mathcal{C}_{\text{eff int}_{H_1}}\}$ et $\{\mathcal{C}_{\text{eff int}_{H_2}}\}$ sous les chargements $\vec{F}$ et $N_3 \vec{j}$ et $-N_3 \vec{j}$

ENSIM TdP Examen janvier 03.4

- en considérant le siège indéformable, donc un mouvement de solide

$$\vec{v}_{B_{\in siège}} = \vec{v}_D + \vec{\omega}_D \wedge \vec{DG}$$

- en ~~égalant avec~~ injectant le résultat dans l'équation en B.2

↳ On obtient une relation liant N_3 et F.

↳ la contrainte ~~maximale~~ diminue en D, mais reste inchangée ~~en A~~ juste au dessus de B

↳ c'est pourquoi dans la structure réelle, le liant est accroché + haut ~~$\frac{1}{2}$~~ entre B et A.

8h15) 14'

durée de la rédaction 18' + 9' + 14' = 41'

durée de l'examen 2 × 41 = 82' = 1h22' au lieu de 75'

notation sur $20 \times \frac{82}{75} = 22$

-5 pts si erreur d'homogénéité

-2 pts si écritures non complètes.