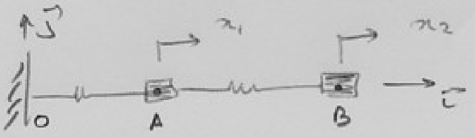
Exercice 1

1) Il faut que le référentiel soit Gallilien.

Considérons le référentiel lié au mur, et x_1 et x_2 les 2 déplacements des masses par rapport à la position repos.



2) la pesanteur n'est pas donnée, nous la négligerons donc.

* On isole la masse 1
bilan des actions

ressort$_1$ → masse $\quad \{\mathcal{T}_1\} = \begin{Bmatrix} -k_1 x_1 \vec{i} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_A$

ressort$_2$ → masse $\quad \{\mathcal{T}_2\} = \begin{Bmatrix} k_2(x_2 - x_1)\vec{i} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_A$

* On isole la masse 2
bilan des actions

ressort$_2$ → masse $\quad \{\mathcal{T}_3\} = \begin{Bmatrix} -k_2(x_2 - x_1)\vec{i} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_B$

3) Le PFD implique que

$$\{\mathcal{D}\} = \sum_{\to ①} \{\mathcal{T}\}$$

* ~~Le~~ Pour le solide 1
Calcul du torseur dynamique.

→ $\vec{OA} = l_1 \vec{i} + x_1 \vec{i}$ $\quad$ avec l_1 longueur à vide du ressort 1

$\dfrac{d\vec{OA}}{dt} = \dot{x}_1 \vec{i}$

$\dfrac{d^2 OA}{dt^2} = \ddot{x}_1 \vec{i}$

→ pas de rotation $\quad \vec{\delta}_{A,\Pi/R_0} = \vec{0}$

$$\begin{Bmatrix} m\ddot{x}_1 \vec{i} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_A = \begin{Bmatrix} [-k_1 x_1 + k_2(x_2 - x_1)]\vec{i} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_A$$

$$m\ddot{x}_1 + (+k_2 + k_1)x_1 - k_2 x_2 = 0$$

* pour le solide 2.

Calcul du torseur dynamique.

$$\vec{OB} = (l_1 + l_2)\,\vec{i} + x_2\,\vec{i}$$

$$\frac{d\vec{OB}}{dt} = \dot{x}_2\,\vec{i}$$

$$\frac{d^2\vec{OB}}{dt^2} = \ddot{x}_2\,\vec{i}$$

pas de rotation $\Rightarrow$ $\vec{\delta}_{B\in\Pi_2/R_0} = \vec{0}$

$$\begin{Bmatrix} m_2\,\ddot{x}_2\,\vec{i} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_B = \begin{Bmatrix} -k_2(x_2 - x_1)\,\vec{i} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_B$$

$$m_2\,\ddot{x}_2 + k_2(x_2) - k_2(x_1) = 0$$

4)

$$\underbrace{\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix}}_{M} \underbrace{\begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{bmatrix}}_{\ddot{\vec{X}}} + \underbrace{\begin{bmatrix} +k_2 + k_1 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix}}_{K} \underbrace{\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}}_{\vec{X}} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_{\vec{0}}$$

<u>Exercice 2</u>

On isole le véhicule

bilan des actions

roue avant $\Rightarrow$ chassi $\quad \{\mathcal{T}_2\} = \begin{Bmatrix} \vec{x}\left[-k_2\,(x + l_2\theta - l_0) - c_2\,(\dot{x} + l_2\dot{\theta})\right] \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_B$

roue arrière $\Rightarrow$ chassi $\quad \{\mathcal{T}_1\} = \begin{Bmatrix} \vec{x}\left[-k_1\,(x - l_1\theta - l_0) - c_1\,(\dot{x} - l_1\dot{\theta})\right] \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_A$

poids $\Rightarrow$ chassi $\quad \{\mathcal{T}_3\} = \begin{Bmatrix} -mg\,\vec{x} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_G$

ext $\Rightarrow$ chassi $\quad \{\mathcal{T}_4\} = \begin{Bmatrix} F(t)\,\vec{x} \\ \Pi(t)\,\vec{3} \end{Bmatrix}_G$

torseur dynamique.

$$\{\mathcal{D}\} = \begin{Bmatrix} m\,\ddot{x}\,\vec{x} \\ J\,\ddot{\theta}\,\vec{3} \end{Bmatrix}_G$$

PFDynamique $\quad \{\mathcal{D}\} = \Sigma\{\mathcal{T}\}$

$$\left\{\begin{matrix} m\ddot{x} & \vec{x} \\ J\ddot{\theta} & \vec{z} \end{matrix}\right\}_G = \left\{\begin{matrix} \vec{x}\left[-k_2(x+l_2\theta-l_0)-c_2(\dot{x}+l_2\dot{\theta})\right] \\ \vec{x}\left[\;\dots\;\right]\wedge \underset{(l_2\vec{y})}{\overrightarrow{BG}} \end{matrix}\right\}_G$$

$$+\left\{\begin{matrix} \vec{x}\left[-k_1(x-l_1\theta-l_0)-c_1(\dot{x}-l_1\dot{\theta})\right] \\ \vec{x}\left[\;\dots\;\right]\wedge \underset{(-l_1\vec{y})}{\overrightarrow{AG}} \end{matrix}\right\}_G$$

$$+\left\{\begin{matrix} -mg\,\vec{x} \\ \vec{0} \end{matrix}\right\}_G + \left\{\begin{matrix} F(t)\;\vec{x} \\ \Pi(t)\;\vec{z} \end{matrix}\right\}_G$$

$$\left\{\begin{matrix} m\ddot{x} & \vec{x} \\ J\ddot{\theta} & \vec{z} \end{matrix}\right\}_G = \left\{\begin{matrix} \left[\begin{matrix}(-k_1-k_2)x+(k_1l_1-k_2l_2)\theta+(k_2+k_1)l_0 \\ +(-c_1-c_2)\dot{x}+(c_1l_1-c_2l_2)\dot{\theta}+F(t)\end{matrix}\right]\vec{x} \\ \vec{z}\left[\begin{matrix}+k_1l_1(x-l_1\theta-l_0)+c_1l_1(\dot{x}-l_1\dot{\theta}) \\ -k_2l_2(x+l_2\theta-l_0)-c_2l_2(\dot{x}+l_2\dot{\theta}) \\ +\Pi(t)\end{matrix}\right] \end{matrix}\right\}_G$$

$$\left\{\begin{aligned} m\ddot{x} &= (-k_1-k_2)x+(k_1l_1-k_2l_2)\theta-?l_0+(-c_1-c_2)\dot{x}+(c_1l_1-c_2l_2)\dot{\theta} \\ J\ddot{\theta} &= (k_1l_1-k_2l_2)x+(-k_1l_1^2-k_2l_2^2)\theta+(-k_1l_1-k_2l_2)l_0 \\ &\quad +(c_1l_1-c_2l_2)\dot{x}+(-c_1l_1^2-c_2l_2^2)\dot{\theta} \end{aligned}\right.$$

Ecriture matricielle.

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & J \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} +c_1+c_2 & -c_1l_1+c_2l_2 \\ -c_1l_1+c_2l_2 & +c_1l_1^2+c_2l_2^2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}$$

$$+\begin{bmatrix} k_1+k_2 & -k_1l_1+k_2l_2 \\ -k_1l_1+k_2l_2 & +k_1l_1^2+k_2l_2^2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ \theta \end{bmatrix} = \quad k_2+k_1 \quad 0$$

$$= \begin{bmatrix} k_2+k_1 \\ -k_1l_1+k_2l_2 \end{bmatrix} l_0 + \begin{bmatrix} F(t) \\ \Pi(t) \end{bmatrix}$$