



FIGURE 4.2 – Un portique

4.3 Adéquation modèle-expérience

Le plus beau modèle du monde, n'est pas celui qui est le plus précis, ni celui qui possède le plus d'éléments, c'est celui, qui avec un coût minimum (coût de calcul (temps CPU) et coût de développement du modèle (temps ingénieur)) permettra de simuler les résultats expérimentaux... aux incertitudes près.

L'objectif de ce tp est, vis à vis de résultats expérimentaux, de mettre en place la démarche qui permette de quantifier les incertitudes sur votre modèle, afin de vérifier l'existence d'une zone commune avec les résultats expérimentaux, qui eux aussi sont entachés d'incertitudes.

- Si avec le modèle que vous testez, il reste des écarts avec l'expérience, il faut changer de modèle, le modifier. Se pose alors la question, doit-on ajouter de la masse, de l'inertie, augmenter les rigidités, les diminuer...
- Si les résultats du modèle sont en accord avec les résultats de l'expérience, votre modèle est suffisant. Continuer à le modifier est une perte de temps. Il reste à vérifier qu'il est prévisionnel.

Nous ferons cette étude de façon manuelle, dans le cas de la recherche de fréquences propres d'un portique. Des outils automatiques de recalage d'un modèle avec une expérience existent. Vous disposerez d'une présentation, d'une formation et d'une utilisation de ces outils... si en 3a, vous choisissez le module optionnel *modélisation-recalage*.

4.3.1 Alibi : recherche des trois premières fréquences propres d'un portique

Une structure formée d'une poutre en acier de section rectangulaire ($b = 50\text{mm}$ et $h = 2\text{mm}$) a été pliée afin de former un portique (voir figure 4.2).

Les longueurs (exprimées en mm) sont définies par les coordonnées des points suivants dans le plan de symétrie de la poutre : A(0,0), B(0,20), C(0,170), D(170,170), E(170,20) et F(170,0). Les positions de ces points ont été mesurées avec un régllet. Ce portique est encastré sur les segments AB et EF. Pour mesurer les pulsations propres de la structure, une excitation au marteau d'impact est utilisée et un accéléromètre est placé au point G(170,150) à l'aide d'un aimant. La masse totale de l'accéléromètre et de l'aimant est de 48 grammes. La géométrie de l'ensemble ressemble à un cylindre de diamètre $d = 20\text{mm}$ de longueur $l = 30\text{mm}$. Sa couleur est grise.

4.3.2 Résultats expérimentaux

Les trois premières fréquences propres ont été obtenues avec une précision de plus ou moins 1 Hz : $f_1 = 54\text{Hz}$, $f_2 = 213\text{Hz}$ et $f_3 = 364\text{Hz}$. Suite au démontage et remontage de la structure, la répétabilité est vérifiée.

4.3.3 Elaboration d'un modèle

Vous construirez un modèle éléments finis de vibration dans le plan de cette structure.

- Quelles sont les hypothèses de votre modèle ?
- Quels sont les paramètres de votre modèle ?
- Quelles sont les 3 premières fréquences propres de votre modèle ?
- Coïncident-elles avec les plages de fréquences propres expérimentales ? Si oui, passez au paragraphe "confirmation du modèle". Sinon, continuez ci-dessous.
- Quelles sont les précisions sur vos valeurs propres du modèle ? On rappelle la formule (voir polycopié "A propos de l'évaluation des incertitudes pendant les travaux pratiques") liant l'écart-type σ_f sur la grandeur f en fonction des paramètres x_i ,

$$\sigma_f^2 = \sum_{i=1}^q \left[\frac{\partial f}{\partial x_i} \right]^2 \sigma_i^2 + 2 \sum_{i=1}^{q-1} \sum_{j=i+1}^q \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} s(x_i, x_j), \quad (4.1)$$

avec la covariance entre les deux paramètres x_i et x_j donnée par,

$$s(x_i, x_j) = E[(x_i - \bar{x}_i)(x_j - \bar{x}_j)], \quad (4.2)$$

que l'on peut estimer dans le cas de N paires d'observations simultanées par,

$$s(x_i, x_j) = \frac{1}{N-1} \sum_{l=1}^N (x_{il} - \bar{x}_i)(x_{jl} - \bar{x}_j). \quad (4.3)$$

On pourra approximer les dérivées partielles par les sensibilité locales à chaque paramètre x_i ,

$$\frac{\partial f}{\partial x_i} \simeq \frac{f(x_i + \epsilon) - f(x_i)}{\epsilon} \quad (4.4)$$

- Votre modèle explique-t-il les résultats expérimentaux ? Si oui, passez au paragraphe "confirmation du modèle". Sinon, continuez ci-dessous.

4.3.4 Amélioration du modèle

Optimiser le modèle afin que celui-ci soit *suffisant* par rapport aux résultats expérimentaux.

4.3.5 Confirmation du modèle

Pour vérifier l'adéquation du modèle à la structure, une expérience est faite pour laquelle l'encastrement dans la partie EF est supprimé. Quelles sont les trois premières fréquences propres de votre dernier modèle ? Il reste à mener l'expérience...

Celle-ci fournit les fréquences expérimentales : $f_1 = 10.1\text{Hz}$, $f_2 = 23.6\text{Hz}$, $f_3 = 61.0\text{Hz}$.